

Rozdział 7

Izabela Pruchnicka-Grabias

MIEDŹ W DYWERSYFIKACJI PORTFELA INWESTYCYJNEGO

Wstęp

Zarządzanie portfelem inwestycyjnym stanowi jedno z wyzwań współczesnych finansów, także tych osobistych. Różnorodność dostępnych metod i instrumentów sprawia, że proces ten wymaga gruntownej edukacji finansowej.¹²⁵ Istnieją inwestorzy powierzający środki w zarządzanie profesjonalnym instytucjom¹²⁶, jak również tacy, którzy korzystają wyłącznie z własnej wiedzy w tym zakresie. Niniejszy rozdział może stanowić inspirację przede wszystkim dla tych drugich. W opracowaniu podjęto problematykę inwestowania w wybrany metal półszlachetny – miedź, traktując go jako instrument dywersyfikujący portfel akcji.

Miedź pełni szczególną rolę w przemyśle. Jak podaje Państwowy Instytut Geologiczny, popyt na nią wzrasta nieustająco od początku XX wieku. Spowodowane jest to nie tylko szerokim spectrum zastosowań, lecz także istniejącymi perspektywami na nowe aplikacje. Aktualnie przede wszystkim wykorzystywana jest w przemyśle elektrycznym i elektronicznym i budownictwie, lecz także w produkcji środków transportu, wyrobów przeznaczonych do powszechnego użytku oraz przemysłowych maszyn i urządzeń.¹²⁷

Większość studiów dotyczących inwestycji w metale szlachetne poświęcona jest inwestycjom w złoto, które według literatury, relatywnie dobrze sprawdza się w dywersyfikacji portfela akcji.¹²⁸ Inne analizują kilka metali jednocześnie jak

¹²⁵ Zasady inwestowania w różnego rodzaju instrumenty finansowe przy wykorzystaniu między innymi nowoczesnej teorii portfela przedstawiono na przykład w: P. Czapiewski, P. Niedziółka (red.), *Zarządzanie portfelem inwestycyjnym*, Difin, Warszawa 2016, s. 15–263.

¹²⁶ Na temat usług zarządzania majątkiem świadczonych osobom zamożnym patrz szerzej w: E. Ślęzak, *Usługi private banking i wealth management*, w: P. Niedziółka (red.), *Bankowość inwestycyjna*, Difin, Warszawa 2015, s. 204–228.

¹²⁷ Na podstawie danych Państwowego Instytutu Geologicznego Państwowego Instytutu Badawczego, <https://www.pgi.gov.pl/psg-1/psg-2/informacja-i-szkolenia/wiadomosci-surowcowe/10429-zapotrzebowanie-i-zastosowanie-miedzi.html>, data skorzystania: 19.12.2021.

¹²⁸ T.H.V.Hoang, H.H.Lean, W.K.Wong, *Is gold good for portfolio diversification? A stochastic dominance analysis of the Paris stock exchange*, *International Review of Financial Analysis*, Vol. 42, 2015, s. 98–108.

złoto, srebro, platyna¹²⁹, czy surowce takie jak ropa naftowa czy pszenica¹³⁰, nie poświęcając jednego obszernego opracowania jednemu z mniej popularnych aktywów jak miedź. W literaturze światowej jest bardzo niewiele artykułów poświęconych w głównej części miedzi jako instrumentowi finansowemu poddanemu analizie portfelowej. Raczej występuje ona w analizach z innymi metalami i nie poświęca się jej oddzielnie szerszego spectrum badań.¹³¹

W literaturze polskiej w zasadzie nie ma artykułów poświęconych inwestycjom w miedź. Piontek przeprowadził prognozy cen miedzi, ale artykuł ukazał się już wiele lat temu, a poza tym jego głównym celem nie było sprawdzanie, jak miedź zachowuje się jako instrument inwestycyjny, lecz zajęto się technikami prognozowania zmienności, a metal ten stanowił jedynie ilustrację do tego tematu.¹³² W Google Scholar nie pojawia się nawet jeden artykuł w języku polskim traktujący o miedzi jako narzędziu inwestycyjnym, a tym bardziej jako o składniku zdywersyfikowanego portfela inwestycyjnego. Tymczasem przeprowadzone badania wskazują na fakt istnienia niskiej korelacji pomiędzy miedzią a polskim rynkiem akcji, co pozwala na użycie tego metalu do dywersyfikacji portfela inwestycyjnego pod kątem ryzyka.

Guo analizuje wpływ cen miedzi na chiński rynek akcji stwierdzając, że istnieje ujemna korelacja pomiędzy tymi zmiennymi w czasie amerykańskiego kryzysu finansowego z 2008 roku, co oznacza, że może ona stanowić narzędzie zabezpieczające portfel akcji. Autor zwraca również uwagę na możliwość wykorzystania przeszłych cen akcji do prognozowania zachowania się rynku miedzi w późniejszym czasie.¹³³ Rola miedzi na światowych rynkach jest niedoceniana, tymczasem Dehghani, Bogdanovic dowodzą, że cena miedzi ma istotny wpływ na cenę złota oraz innych metali szlachetnych.¹³⁴ Semeyutin et al. podkreślają możliwości miedzi jako narzędzia dywersyfikacji portfela zawierającego ropę naftową lub złoto.¹³⁵

¹²⁹ D. Hillier, *Do precious metals shine? An investment perspective*, Financial Analysts Journal, Vol. 62, Nr 2, 2006, s. 98-106.

¹³⁰ P. Sadorsky, *Modeling volatility and correlations between emerging market stock prices and the prices of copper, oil and wheat*, Energy Economics, Vol. 43, 2014, s. 72-81.

¹³¹ E.C.Chang, Ch.Chen, S-N. Cheng, *Risk and return in copper, platinum and silver futures*, The Journal of Futures Markets, Vol. 10, Nr 1, 1990, s. 29-39.

¹³² K. Piontek, *Weryfikacja wybranych technik prognozowania zmienności – analiza szeregów czasowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Nr 991, 2003, s. 484-494.

¹³³ J. Guo, *Co-movement of international copper prices, China's economic activity, and stock returns: Structural breaks and volatility dynamics*, Global Finance Journal, Vol. 36, May 2018, s. 62-77.

¹³⁴ H. Dehghani, D. Bogdanovic, *Copper price estimation using bat algorithm*, Resources policy, Vol. 55, March 2018, s. 55-61.

¹³⁵ A. Semeyutin, G. Gozgor, C. Keung, M. Lau, B. Xu, *Effects of idiosyncratic jumps and co-jumps on oil, gold, and copper markets*, Energy Economics, Vol. 104, 2021, s. 1-15.

Przewidywaniem cen miedzi zajmują się Buncic i Moretto¹³⁶, Alameer et al.¹³⁷, Wets i Rios¹³⁸, Diaz et al.¹³⁹, Liu et al.¹⁴⁰, Dehghani.¹⁴¹ Koitsiwe i Adachi wykazują z kolei istotną rolę spekulantów w kształtowaniu się cen miedzi.¹⁴²

Celem rozdziału jest przedstawienie możliwości zastosowania miedzi jako instrumentu dywersyfikującego ryzyko na rynku akcji z perspektywy polskiego inwestora. Pokazano, że włączenie miedzi do portfela akcji w czasie, gdy na rynku miedzi panuje trend rosnący, prowadzi do zmniejszenia poziomu ryzyka mierzonego wariancją przy jednoczesnym utrzymaniu lub poprawie stopy zwrotu, w porównaniu z portfelem zawierającym wyłącznie akcje.

1. Metodologia i zakres badań

W rozdziale postawiono następującą hipotezę badawczą: miedź stanowi narzędzie dywersyfikacji portfela akcji dla polskiego inwestora w rozumieniu teorii Markowitza.

Sformułowano następujące pytanie badawcze: czy istnieje optymalny udział miedzi w portfelu akcji, by możliwe było obniżenie ryzyka portfela mierzonego wariancją oraz jednoczesne podwyższenie lub utrzymanie średniej stopy zwrotu z portfela tych dwóch aktywów w porównaniu do tego zawierającego 100% akcji?

Przeprowadzono optymalizację portfela inwestycyjnego z perspektywy polskiego inwestora lokującego kapitał na rynku akcji oraz oczekującego jego dywersyfikacji za pomocą inwestycji w kontrakty terminowe typu futures wystawione na miedź. Szukano optymalnych udziałów w rynku akcji i w rynku miedzi przy założeniu minimalizacji ryzyka mierzonego wariancją i dodatkowym przyjęciu, że dywersyfikacja zostanie przeprowadzona bez zwiększenia poziomu ryzyka, które generuje rynek akcji. Za rynek akcji przyjęto główny indeks 20 największych spółek z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie WIG20 Total Return, uwzględniający także przychody z dywidend (w przeciwieństwie do klasycznego indeksu WIG20). Założono, że inwestycje w miedź dokonywane są za pomocą kontraktów mini-futures notowanych na Chicago Mercantile Exchange.

¹³⁶ D. Buncic, C. Moretto, *Forecasting copper prices with dynamic averaging and selection models*, The North American Journal of Economics and Finance, Vol. 33, 2015, s. 1–38.

¹³⁷ Z. Alameer, M.A. Elaziz, A.A. Ewees, H.Ye, Z. Jianhua, *Forecasting Copper Prices Using Hybrid Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System and Genetic Algorithms*, Natural Resources Research, Vol. 28, 2019, s. 1385–1401.

¹³⁸ R.J.B. Wets, I. Rios, *Modeling and estimating commodity prices: copper prices*, Mathematics and Financial Economics, Vol. 9, 2015, s. 247–270.

¹³⁹ J.D. Diaz, E. Hansen, G. Cabrera, *A random walk through the trees: Forecasting copper prices using decision learning methods*, Resources Policy, Vol. 69, 2020, 101859.

¹⁴⁰ C.Liu, Z.Hu, Y.Li, S.Liu, *Forecasting copper prices by decision tree learning*, Resources Policy, Vol. 52, 2017, s. 427–434.

¹⁴¹ H. Dehghani, *Forecasting copper price using gene expression programming*, Journal of Mining and Environment, Vol. 9, Nr 2, 2018, s. 349–360.

¹⁴² K. Koitsiwe, T. Adachi, *The Role of Financial speculation in copper prices*, Applied Economics and Finance, Vol. 5, Nr 4, 2018, s. 87–94.

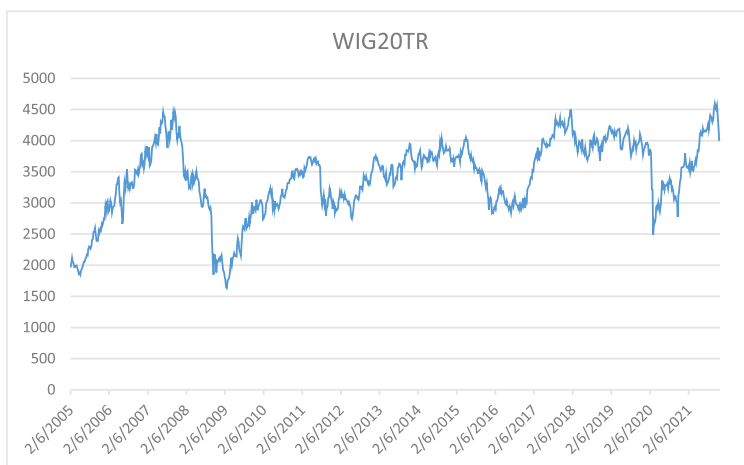
Analizę przeprowadzono na danych tygodniowych dla okresu 31 stycznia 2005 r. – 28 listopada 2021 r. w podziale na podokresy obejmujące różne trendy na rynku miedzi:

- 1.02.2005 – 28.11.2021 – cały okres badawczy obejmujący różne trendy i ich zmiany,
- 1.02.2005 – 29.06.2008 – trend rosnący,
- do 21.12.2008 – trend malejący,
- do 06.02.2001 – trend rosnący,
- do 10.01.2016 – trend malejący,
- do 28.11.2021 – trend rosnący.

W celu zapobiegnięcia przypadkowym wahaniom w ciągu dnia, pod uwagę wzięto kursy zamknięcia indeksu (wykres 7.1) oraz ceny zamknięcia miedzi (wykres 7.2) przeliczone z dolarów amerykańskich na złote (wykres 7.3), a zatem od razu w kalkulowano uwzględnienie ryzyka kursu walutowego. Notowania cen miedzi oraz kursu walutowego USD/PLN ściągnięto z publicznie dostępnej bazy danych www.investing.com, a notowania indeksu WIG20 TR z publicznie dostępnej bazy danych www.stooq.com. Statystyki opisowe oraz inne techniki optymalizacyjne zastosowano po wcześniejszym obliczeniu logarytmicznych stop zwrotu z analizowanych aktywów.

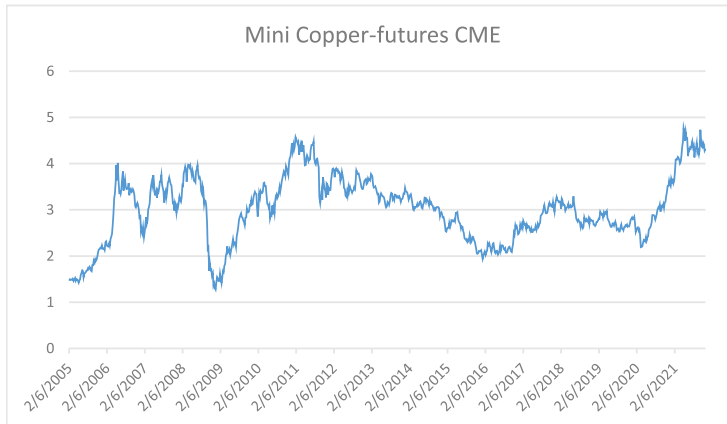
Dla przeprowadzenia optymalizacji przyjęto dwa warianty:

1. Zakładając, że inwestor nie będzie stosował krótkiej sprzedaży akcji ani zajmował krótkiej pozycji w kontraktach futures na miedź.
2. Zakładając, że akcje z indeksu WIG20 Total Return mogą podlegać przeprowadzaniu krótkiej sprzedaży oraz inwestor może zawierać krótkie pozycje na kontraktach futures na miedź.



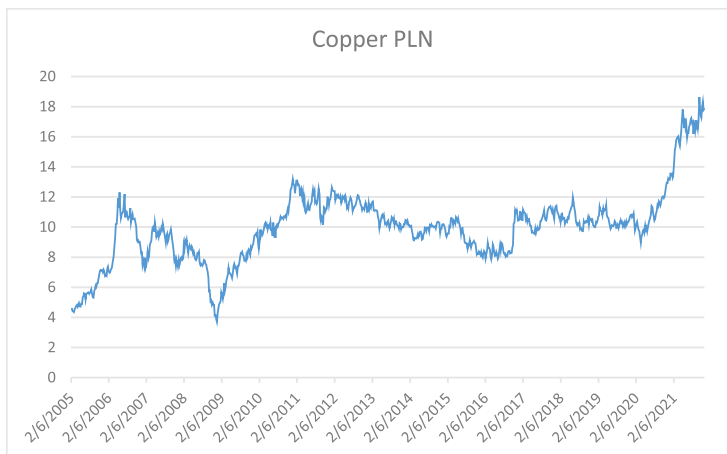
Wykres 7.1. Kształtowanie się wartości indeksu WIG20TR w okresie 1.02.2005 – 28.11.2021.

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych ze strony internetowej www.stooq.com, data ściągnięcia: 29.11.2021.



Wykres 7.2. Kształtowanie się cen kontraktów terminowych mini futures na miedź notowanych na CME w okresie 1.02.2005 – 28.11.2021 (USD).

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych ze strony internetowej www.investing.com, data ściągnięcia: 29.11.2021.



Wykres 7.3. Kształtowanie się cen kontraktów terminowych mini futures na miedź notowanych na CME w okresie 1.02.2005 – 28.11.2021 (PLN).

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń własnych oraz danych ze strony internetowej www.investing.com, data ściągnięcia: 29.11.2021.

Optymalizacja została przeprowadzona w środowisku zaproponowanym przez Markowitza¹⁴³, po przyjęciu następujących założeń:

$$Cel : W_p \rightarrow \min \quad (1)$$

Osiągany przez zmiany następujących udziałów:

$$U_1, U_2$$

¹⁴³ H. Markowitz, *Portfolio selection*, The Journal of Finance Vol. 7, Nr 1, 1952, s. 77–91.

U_1 – procentowy udział akcji wchodzących w skład indeksu WIG20 TR w portfelu inwestora

U_2 – procentowy udział kontraktów terminowych futures wystawionych na miedź

W_p – wariancja portfela zawierającego akcje i kontrakty na miedź rozumiana według teorii Markowitza:

$$W_p = u_1^2 s_1^2 + u_2^2 s_2^2 + 2u_1 u_2 s_1 s_2 \rho_{12} \quad (2)$$

W celu przeprowadzenia procesu optymalizacji, dla wariantu zakładającego brak przeprowadzania krótkiej sprzedaży oraz zajmowania krótkich pozycji przyjęto następujące ograniczenia:

$$U_1 + U_2 = 1 \quad (3)$$

$$U_1, U_2 \geq 0 \quad (4)$$

$$Z_p \geq Z_{WIG20} \quad (5)$$

W celu przeprowadzenia procesu optymalizacji, dla wariantu zakładającego możliwość przeprowadzenia krótkiej sprzedaży oraz zajmowania krótkich pozycji przyjęto następujące ograniczenia:

$$U_1 + U_2 = 1 \quad (6)$$

$$Z_p \geq Z_{WIG20} \quad (7)$$

gdzie:

Z_p – oczekiwana stopa zwrotu z portfela rozumiana jako:

$$Z_p = u_1 z_1 + u_2 z_2 \quad (8)$$

s_1 – odchylenie standardowe stop zwrotu z akcji

s_2 – odchylenie standardowe stop zwrotu z kontraktów na miedź

z_1, z_2 – oczekiwane stopy zwrotu z akcji i miedzi

ρ – współczynnik korelacji liniowej pomiędzy stopami zwrotu z akcji i miedzi

Z_{WIG20} – stopa zwrotu z akcji

Dla każdego z badanych okresów przyjęto, że inwestor tworzy portfel zawierający akcje i miedź na początku analizowanego okresu w celu wykorzystania miedzi jako narzędzia dywersyfikacyjnego. Następnie obliczono miary statystyczne dla portfeli, porównując je z pojedynczymi aktywami. Skośność oraz kurtoza definiowana jest identycznie dla pojedynczych aktywów, jak i dla portfeli. Skośność pokazuje stopień asymetrii rozkładu stóp zwrotu wokół średniej. W przypadku pozytywnej jej wartości, implikuje wyższe prawdopodobieństwo dodatnich stop zwrotu i mniejsze dla ujemnych w porównaniu z rozkładem normalnym, dla której skośność wynosi 0. W matematycznym ujęciu wygląda następująco:¹⁴⁴

$$s = \frac{T}{(T-1)(T-2)} \sum_{i=1}^T \left(\frac{z_i - z_{av}}{s} \right)^3 \quad (9)$$

¹⁴⁴ F.S. Lhabitant, *Handbook of Hedge Funds*, John Wiley and Sons, 2012, s. 436-437.

Kurtoza natomiast wskazuje na zakres grubych ogonów rozkładu. Im wyższa jej wartość, tym bardziej ryzykowne są dane aktywa. Zapisuje się ją w następującej postaci:¹⁴⁵

$$k = \frac{T(T+1)}{(T-1)(T-2)(T-3)} \sum_{i=1}^T \left(\frac{z_i - z_{av}}{s} \right)^4 \quad (10)$$

gdzie:

T – liczba stóp zwrotu

z_{av} – średnia stopa zwrotu z analizowanych aktywów pojedynczych lub portfela

z_i – tygodniowa stopa zwrotu

s – odchylenie standardowe stóp zwrotu

2. Wyniki przeprowadzonych badań

Bez względu na to, czy przyjęto stosowanie krótkiej sprzedaży, czy też jej brak, wyniki są identyczne. W związku z tym przedstawiono je łącznie dla dwóch opisanych we wcześniejszej części rozdziału wariantów badań.

Współczynniki Pearsona pomiędzy stopami zwrotu z miedzi oraz z indeksu WIG20TR (tabela 7.1) są dla większości okresów niskie oraz istotne statystycznie. Jedynie dla okresu 31.01.2005 – 29.06.2008 korelacja jest nieistotna statystycznie, a dla okresu 30.06.2008 – 21.12.2008 jest średnia. Tego rodzaju wyniki przesądają o możliwości potraktowania miedzi jako instrumentu służącego do dywersyfikacji ryzyka inwestowania w akcie spółek z indeksu WIG20TR.

Tabela 7.1. Kowariancje oraz współczynniki liniowej korelacji stóp zwrotu pomiędzy miedzią a indeksem WIG20TR w poszczególnych okresach czasu wraz z przypadającymi im istotnościami.

	31.01.2005 – 29.06.2008	30.06.2008 – 21.12.2008	22.12.2008 – 06.02.2011	07.02.2011 – 10.01.2016	11.01.2016 – 28.11.2021	31.01.2005 – 28.11.2021
Współczynniki Pearsona	0,10 (p=0,1753)	0,45 (p=0,0244)	0,24 (p=0,0114)	0,22 (p=0,0005)	0,19 (p=0,0009)	0,21 (p=0,0000)
Kowariancje stóp zwrotu	1,42	15,75	3,28	1,43	1,59	2,32

Źródło: obliczenia własne.

Jak wynika z danych zgromadzonych w tabeli 7.2 oraz 7.3, średnie stopy zwrotu z kontraktów terminowych wystawionych na miedź przewyższają średnie zwroty z indeksu WIG20 Total Return w okresach, gdy na rynku miedzi panuje trend wzrostowy. W okresie 31.01.2005 – 29.06.2008 średnia stopa zwrotu z miedzi wynosi 0,34% wobec średniej z indeksu w wysokości 0,23%. Dla dat

¹⁴⁵ Ibidem, s.437.

22.12.2008 – 06.02.2011 dla miedzi to 1,14%, podczas gdy na indeksie można było zrealizować jedynie 0,47%. Podobnie dla okresu 11.01.2016 – 28.11.2021, w którym średni zwrot z miedzi to 0,26% i odpowiednio zaledwie 0,11% dla indeksu. Jest to korzystna własność inwestycji w miedź. Zalety te jednak nie pojawiają się w okresach panowania trendu spadkowego na rynku miedzi, a mianowicie w czasie 30.06.2008 – 21.12.2008 średnia stopa zwrotu wygenerowana na WIG20TR to 1,39%, a dla kontraktów miedzianych to -3,26%. Podobną tendencję widać dla okresu 07.02.2011 – 10.01.2016, kiedy na indeksie osiągnano stratę

Tabela 7.2. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu z indeksu WIG20TR w analizowanych okresach czasu.

	31.01.2005 – 29.06.2008	30.06.2008 – 21.12.2008	22.12.2008 – 06.02.2011	07.02.2011 – 10.01.2016	11.01.2016 – 28.11.2021	31.01.2005 – 28.11.2021
Liczba obserwacji	177	25	111	257	307	877
Średnia	0,23	-1,39	0,47	-0,08	0,11	0,08
Odchylenie standardowe	3,32	6,69	3,40	2,51	3,01	3,16
Wariancja	11,03	44,81	11,59	6,32	9,03	9,99
Skośność	0,16	0,05	-0,12	-0,64	-2,36	-0,88
Kurtoza	3,66	4,20	3,51	5,13	22,77	10,93
Percentyl 1%	-7,53	-16,64	-8,17	-8,97	-5,64	-8,54
Wartość min	-7,91	-16,64	-8,54	-10,80	-25,62	-25,62
Percentyl 5%	-5,09	-13,42	-5,65	-4,34	-4,00	-4,79
Wartość min	-7,53	-13,42	-8,17	-9,77	-16,61	-16,64
Percentyl 10%	-4,01	-11,28	-3,86	-3,01	-2,95	3,46
Wartość min	-6,94	-11,28	-7,59	-8,97	-8,19	-16,61
Percentyl 25%	-1,99	-4,04	-1,04	-1,39	-1,34	-1,47
Wartość min	-6,77	-7,34	-6,37	-7,48	-5,64	-13,42
Percentyl 50%	0,50	-0,54	0,56	0,04	0,24	0,19
Percentyl 75%	2,44	0,89	2,25	1,29	1,73	1,80
Wartość max	6,27	3,69	7,30	5,12	6,72	9,38
Percentyl 90%	4,36	4,98	4,91	2,82	3,01	3,67
Wartość max	6,36	4,98	7,79	5,52	7,00	11,31
Percentyl 95%	5,61	9,35	6,35	4,26	4,21	4,82
Wartość max	7,24	9,35	8,63	5,62	8,58	13,69
Percentyl 99%	7,24	16,01	8,63	5,52	6,72	7,30
Wartość max	13,69	16,01	9,38	6,01	11,31	16,01

Źródło: obliczenia własne.

równą $-0,08\%$, podczas gdy na miedzi $-0,19\%$. W czasie całego badanego okresu kontrakty na miedź pozwalały na realizację średnio $0,16\%$, a WIG20TR znacznie mniej t.j. $0,08\%$. Omówione dane wskazują na możliwość wykorzystywania miedzi w dywersyfikacji stóp zwrotu w czasie panowania przewidywań co do wzrostu tego rynku.

Odmienne wnioski dostarcza analiza odchyień standardowych (i tym samym wariancji, stanowiących kwadraty odchyień standardowych) stóp zwrotu, gdzie nie widać aż tak jednoznacznej zależności pomiędzy wartościami generowanymi w poszczególnych trendach. Zdarza się, że w okresie rosnącym odchylenia standardowe dla miedzi są wyższe niż dla indeksu jak ma to miejsce w czasie 31.01.2005 – 29.06.2008 (4,19 wobec 3,32) oraz 22.12.2008 – 06.02.2011 (4,03 i odpowiednio 3,40). Brak jest także jednoznacznych wniosków dla trendu spadkowego, gdyż w jednym z okresów odchylenie standardowe stóp zwrotu z miedzi przekroczyło to z indeksu, a w drugim odwrotnie. Dla całego okresu badawczego miedź okazuje się mieć wyższe odchylenie standardowe (3,4) aniżeli indeks (3,16). Biorąc pod uwagę skomentowane dane dotyczące średnich oraz odchyień standardowych, jak i występującej niewielkiej korelacji stóp zwrotu pomiędzy badanymi aktywami, zasadne jest podjęcie próby zoptymalizowania portfela inwestycyjnego złożonego z akcji (indeksu) przy pomocy miedzi.

Jeśli chodzi o wartości skośności i kurtozy, percentyle oraz ich wartości minimalne czy maksymalne, nie ma tu jednoznacznych zależności dotyczących kształtowania się ich dla akcji i miedzi w trendzie rosnącym i malejącym. Dla niektórych okresów wartości dla miedzi są bardziej atrakcyjne, innym razem mniej atrakcyjne, niezależnie od sytuacji panującej na tym rynku. Zasadne jest porównanie wspomnianych wartości dla portfela akcji oraz optymalnego portfela zawierającego dodatkowo miedź traktowaną jako instrument dywersyfikacji, co zaprezentowano w dalszej części rozdziału.

W tabeli 7.4 zebrano najważniejsze parametry pojedynczych aktywów oraz ich zoptymalizowanego portfela. Wskazują one na fakt, że w większości badanych okresów wprowadzenie miedzi do portfela akcji pozwoliło na obniżenie poziomu ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym lub wariancją przy jednoczesnym znacznym podwyższeniu średniej stopy zwrotu. W okresie 31.01.2005 – 29.06.2008 wprowadzenie miedzi do portfela w ilości 36% pozwoliło na zmniejszenie odchylenia standardowego z 3,32 do 3,08 oraz znaczące zwiększenie stopy zwrotu z $0,23\%$ do $3,08\%$. W czasie 22.12.2008 – 06.02.2011 udział w portfelu miedzi w wysokości 40% zapewnił spadek odchylenia standardowego z 3,40 do 2,22 oraz atrakcyjny wzrost średniej stopy zwrotu z $0,47\%$ do $3,87\%$. Podobnie dla dat 11.01.2016 – 28.11.2021, optymalny udział miedzi w portfelu wynoszący 54% dał obniżkę odchylenia z 3,01 do 1,95. Cechą charakterystyczną wszystkich wspomnianych okresów jest panujący wtedy trend rosnący na rynku miedzi. Pozwala to na stwierdzenie, że miedź stanowi atrakcyjne narzędzie dywersyfikacji ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym lub wariancją w okresach trendów wzrostowych na tym rynku. Jednakże podobną tendencję można było zaobserwować w całym długim okresie badawczym t.j. 31.01.2005 – 28.11.2021. W tym przy-

Tabela 7.3. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu z kontraktów mini *futures* na miedź notowanych na CME w analizowanych okresach czasu.

	31.01.2005 – 29.06.2008	30.06.2008 – 21.12.2008	22.12.2008 – 06.02.2011	07.02.2011 – 10.01.2016	11.01.2016 – 28.11.2021	31.01.2005 – 28.11.2021
Liczba obserwacji	177	25	111	257	307	877
Średnia	0,34	-3,26	1,14	-0,19	0,26	0,16
Odchylenie standardowe	4,19	5,24	4,03	2,62	2,81	3,40
Wariancja	17,54	27,48	16,24	6,88	7,89	11,58
Skośność	-0,23	-1,12	0,48	-0,43	0,61	-0,08
Kurtoza	3,26	3,47	4,21	6,20	5,05	5,60
Percentyl 1%	-9,72	-15,95	-8,30	-6,72	-5,59	-8,91
Wartość min	-13,64	-15,95	-8,69	-13,83	-6,05	-15,95
Percentyl 5%	-6,80	-14,95	-4,73	-4,42	-4,15	-4,95
Wartość min	-9,72	-14,95	-8,30	-7,57	-5,96	-14,95
Percentyl 10%	-4,98	-13,10	-3,86	-3,63	-3,29	-3,85
Wartość min	-9,70	-13,10	-6,96	-6,72	-5,73	-13,83
Percentyl 25%	-2,75	-5,83	-1,43	-1,61	-1,80	-1,85
Wartość min	-9,18	-8,51	-5,50	-6,66	-5,59	-13,64
Percentyl 50%	0,65	-2,46	0,91	-0,14	0,30	0,24
Percentyl 75%	3,21	0,30	3,27	1,53	1,78	2,09
Wartość max	8,91	1,15	9,01	5,10	7,41	10,98
Percentyl 90%	5,83	2,29	6,11	2,70	3,74	3,97
Wartość max	8,93	2,29	10,78	5,62	7,54	11,77
Percentyl 95%	6,90	2,98	7,86	3,61	4,87	5,62
Wartość max	9,66	2,98	11,77	6,45	9,08	15,12
Percentyl 99%	9,66	3,04	11,77	5,62	7,41	9,01
Wartość max	10,98	3,04	16,04	10,84	15,12	16,04

Źródło: obliczenia własne.

padku udział miedzi w portfelu równy 45% skutkowało zmniejszeniem odchylenia z 3,16 do 2,07 oraz wzrostem średniej stopy zwrotu z zaledwie 0,08% do aż 4,54%. Odmienne wnioski nasuwa analiza prowadzona dla okresów, gdy na rynku miedzi panują spadki. W takiej sytuacji przeprowadzona procedura optymalizacji portfela pokazała, że miedź nie powinna stanowić jego elementu. Oznacza to, że w czasie panowania na rynku miedzi trendu spadkowego, miedź nie sprawdza się jako narzędzie dywersyfikacji portfela akcji.

Dokonanie analizy porównawczej pomiędzy danymi zgromadzonymi w tabeli 7.2 oraz tabeli 7.5 pozwala na odpowiedź na pytanie, czy poza tym, że przepro-

Tabela 7.4. Wyniki optymalizacji portfela zawierającego indeks WIG20TR oraz kontrakty na miedź notowane na CME.

	31.01.2005 – 29.06.2008	30.06.2008 – 21.12.2008	22.12.2008 – 06.02.2011	07.02.2011 – 10.01.2016	11.01.2016 – 28.11.2021	31.01.2005 – 28.11.2021
Optymalny udział indeksu	0,64	1,00	0,60	1,00	0,46	0,55
Optymalny udział miedzi	0,36	0,00	0,40	0,00	0,54	0,45
Zakładana stopa zwrotu z portfela	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR	>= stopa zwrotu z indeksu WIG20TR
Średnia stopa zwrotu z indeksu	0,23	-1,39	0,47	-0,08	0,11	0,08
Średnia stopa zwrotu z miedzi	0,34	-3,26	1,14	-0,19	0,26	0,16
Średnia stopa zwrotu z portfela	3,08	-1,39	3,87	-0,08	6,10	4,54
Odchylenie standardowe stóp zwrotu z indeksu	3,32	6,69	3,40	2,51	3,01	3,16
Odchylenie standardowe stóp zwrotu z miedzi	4,19	5,24	4,03	2,62	2,81	3,40
Odchylenie standardowe stóp zwrotu z portfela	2,22	6,69	2,22	2,51	1,95	2,07

Źródło: obliczenia własne.

wadzona optymalizacja portfela pozwala na obniżenie ryzyka portfela zawierającego miedź w stosunku do portfela, w którym znajdują się wyłącznie akcje, można dzięki tej procedurze poprawić inne charakterystyki portfela takie jak skośność, kurtoza czy kwartyle. Jeśli chodzi o kurtozę, w przypadku większości badanych okresów (jedyny wyjątek to 31.01.2005 – 29.06.2008) jej wartość dla portfela zawierającego miedź ulega obniżeniu, co świadczy o niższym poziomie ryzyka portfela mierzonego kurtozą zawierającego dwa aktywa niż wyłącznie akcje. W przypadku skośności charakterystyki portfela dwóch aktywów nie poprawiają się, ale też nie są gorsze. Dla okresów, gdy wartość jej była negatywna, pozostała dalej negatywna dla portfela, a wartości pozytywne utrzymały się także dla portfela. Jeśli chodzi o percentyle, pozytywnie należy odnotować fakt, że wszystkie ich wartości wzrosły poprawie dla większości okresów czasu, w których konstruowano portfele zawierające miedź.

Tabela 7.5. Statystyki opisowe dla stóp zwrotu z utworzonych portfeli optymalnych w analizowanych okresach czasu.

	31.01.2005 – 29.06.2008	30.06.2008 – 21.12.2008	22.12.2008 – 06.02.2011	07.02.2011 – 10.01.2016	11.01.2016 – 28.11.2021	31.01.2005 – 28.11.2021
Wariancja	4,93	44,81	4,94	6,32	3,82	4,27
Skośność	0,42	0,05	-0,67	-0,64	-0,56	-0,84
Kurtoza	4,03	4,20	3,30	5,13	8,96	7,58
Percentyl 1%	-1,45	-16,64	-1,87	-8,97	2,98	-1,25
Wartość min	-2,20	-16,64	-2,46	-10,80	-6,52	-9,70
Percentyl 5%	-0,53	-13,42	-0,42	-4,34	3,53	1,13
Wartość min	-1,45	-13,42	-1,87	-9,77	-2,24	-6,56
Percentyl 10%	0,38	-11,28	0,67	-3,01	4,00	2,20
Wartość min	-1,33	-11,28	-1,48	-8,97	2,73	-5,10
Percentyl 25%	1,64	-4,04	2,77	-1,39	5,00	3,39
Wartość min	-0,76	-7,34	-1,42	-7,48	2,98	-4,64
Percentyl 50%	3,17	-0,54	4,32	0,04	5,95	4,68
Percentyl 75%	4,55	0,89	5,33	1,29	6,95	5,69
Wartość max	7,58	3,69	7,14	5,12	10,87	10,19
Percentyl 90%	5,93	4,98	6,22	2,82	8,96	6,96
Wartość max	7,73	4,98	7,65	5,52	10,95	11,11
Percentyl 95%	6,70	9,35	7,08	4,26	9,53	7,69
Wartość max	7,76	9,35	8,14	5,62	11,34	11,59
Percentyl 99%	7,76	16,01	8,14	5,52	10,87	9,03
Wartość max	12,72	16,01	8,60	6,01	11,65	12,48

Źródło: obliczenia własne.

Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań jednoznacznie wynika, że miedź stanowi narzędzie dywersyfikacji portfela akcji prowadząc do obniżenia jego ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym i jednoczesnej poprawy stopy zwrotu w warunkach panowania trendu rosnącego na rynku miedzi. Nie znaleziono potwierdzenia dla zastosowania miedzi podczas trendów spadkowych. Podkreślenia wymaga fakt, że skonstruowanie portfeli optymalnych przy użyciu miedzi i akcji pozwala dla większości zbadanych okresów wzrostowych (z zaledwie jednym wyjątkiem) na jednoczesne obniżenie poziomu ryzyka portfela mierzonego kurtozą w porównaniu do tego, który zawiera wyłącznie akcje.

Należy zwrócić uwagę, że chociaż zajmowano się dywersyfikacją portfela przy użyciu miedzi, w przeprowadzonych badaniach zastosowano kontrakty terminowe mini *futures* na miedź, a nie ceny miedzi. Wynika to z faktu, że zarządzanie finan-

sami osobistymi dotyczy po pierwsze niewielkich kwot kapitału (stąd kontrakty mini), a po drugie inwestor nie będzie kupował miedzi rzeczywistej, by ją następnie przechowywać i ponosić koszty tego procesu. Co do akcji, odzwierciedlono je za pomocą zachowania indeksu, co oznacza, że skonstruowanie tego rodzaju optymalnego portfela wymagałoby zakupu akcji w dokładnie w takich ilościach procentowych, jakie wynikają ze standardu budowy indeksu WIG20TR.

Podsumowując, potwierdzono częściowo postawioną hipotezę, że miedź stanowi narzędzie dywersyfikacji portfela akcji dla polskiego inwestora w rozumieniu teorii Markowitza w takim sensie, że jest ona prawdziwa jedynie w czasie panowania trendu wzrostowego na rynku miedzi oraz nieprawdziwa dla trendu spadkowego. Wnioski są istotne zwłaszcza dla inwestorów zainteresowanych uzyskaniem optymalnego portfela pod kątem stopy zwrotu i ryzyka.